Übungsklausur Geometrie 1 (Seilbahn)
Pflichtteil (ohne Hilfsmittel)

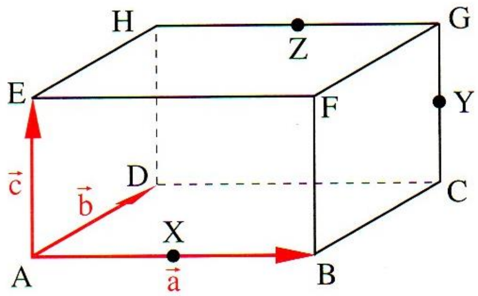
1) Bestimme die Lagebeziehung von g und h. Gib gegebenenfalls den Schnittpunkt an.

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}$, $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (3 VP)

2) Gegeben sei ein Quader (siehe Bild) mit X, Y und Z als Mittelpunkte der jeweiligen Kanten.
Gib mittels der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ an:

(1) $\overrightarrow{AG}$ (2) $\overrightarrow{YZ}$

(3) $\overrightarrow{XH}$ (4) $\overrightarrow{XZ}$



(2 VP)

3) Gegeben ist eine Ebene E durch die Spurpunkte $S_1(2|0|0), S_2(0|3|0)$ und $S_3(0|0|1{,}5)$.

a) Zeichne die Dreiecksfläche $S_1S_2S_3$ als einen geeigneten Ausschnitt der Ebene E.

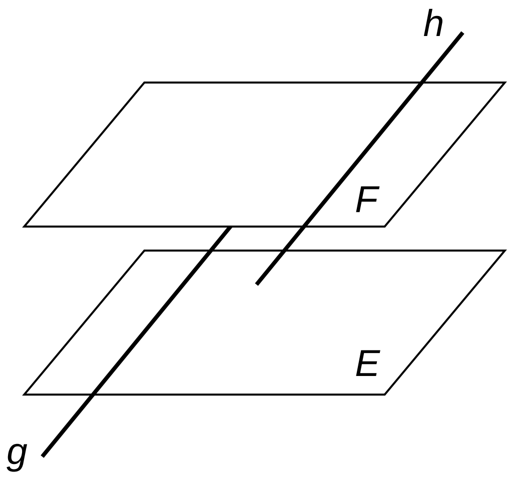
b) Bestimme eine Koordinaten- und eine Parametergleichung der Ebene E. (3 VP)

4) Bestimme die Schnittgerade der Ebenen $E: 3x_1 + 6x_2 + x_3 = 20$ und $F: x_1 + x_2 = 2$. (2 VP)

5) Die Gerade g liegt in der Ebene E und die Gerade h liegt in der Ebene F.
Die Ebenen E und F sind parallel zueinander.
Gib für die Ebenen E und F je eine mögliche Parameterdarstellung an,

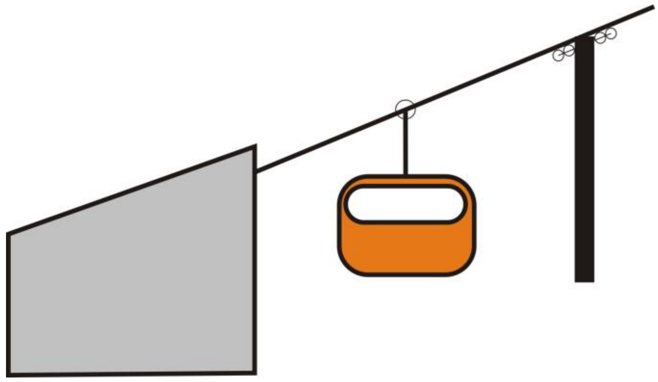
wenn $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und

$h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$



die Geradengleichungen in Parameterform sind. Weise mit Hilfe der Punktprobe nach, dass die beiden Ebenen tatsächlich parallel sind. (3 VP)

Übungsklausur Geometrie 1 (Seilbahn)
Wahlteil (mit WTR und Formelsammlung)



Die Talstation einer Seilbahn wird durch folgende Eckpunkte beschrieben:
$A_1(0|0|0)$, $B_1(8|0|0)$, $C_1(8|18|0)$, $D_1(0|18|0)$ und
$A_2(0|0|4)$, $B_2(8|0|4)$, $C_2(8|18|10)$, $D_2(0|18|10)$.
(Alle Angaben in Metern).
Die Punkte A_1, B_1, C_1 und D_1 begrenzen die Grundfläche,
die Punkte A_2, B_2, C_2 und D_2 begrenzen die Glasdachfläche.

a) (1) Zeichne die Talstation (Maßstab: 2m $\triangleq$ 1 LE).
(2) Zeige, dass die vier Eckpunkte der Dachfläche in einer Ebene E liegen und gib eine Gleichung von E in Parameter- und in Koordinatenform an.
(3) Welchen Rauminhalt hat das Gebäude? (5 VP)

b) Das geradlinige Tragseil der Bahn beginnt im Punkt T_1 (4|12|6) der Talstation und endet im Punkt T_2 (4|2012|1206) der Bergstation.
(1) Gib eine Geradengleichung an, die den Verlauf des Tragseils beschreibt.
(2) Zeichne den Beginn und den Verlauf des Drahtseils im Bereich der Talstation in der Zeichnung von a) ein.
(3) Welche Länge hat die Seilbahn?
(4) Welchen Höhenunterschied überwindet sie? (4 VP)

c) Im Punkt F(4|512|284) ist der Fußpunkt eines Tragpfeilers der Seilbahn.
(1) Zeige, dass der senkrecht nach oben gebaute Pfeiler auch wirklich das Tragseil trifft.
(2) Welche Höhe hat der Pfeiler? (3 VP)

d) Durch das Glasdach fällt Sonnenlicht aus der Richtung $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ in die Talstation.
Das Sonnenlicht fällt auch auf ein kleines, punktförmiges Loch L(5|8|5) des still stehenden Umlenkrads der Seilbahn.
(1) Trifft der durchs Loch scheinende Sonnenstrahl auf den Fußboden oder die Seitenwand $B_1C_1B_2C_2$ der Talstation?
(2) Berechne die Koordinaten des Lichtflecks. (5 VP)

Übungsklausur Geometrie 1 (Seilbahn)

Lösungen Pflichtteil:

1) Bestimme SP:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(I)}\ 5-6s=-1+3t & \Rightarrow t=2\\ \text{(II)}\ 9+10s=9 & \Rightarrow s=0 \text{ in (I)}\\ \text{(III)}\ 5s=-2+1t & \end{array}\right\}\text{in (III): } 0=-2+2 \vee \Rightarrow \text{ Schnittpunkt (1,5P)}$$

RVen sind l. unab. (1P) $\Rightarrow$ g und h schneiden sich in S(5|9|0) (0,5P) **3VP**

2) (1) $\overrightarrow{AG}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ (0,5P) (2) $\overrightarrow{YZ}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{c}$ (0,5P)

(3) $\overrightarrow{XH}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ (0,5P) (4) $\overrightarrow{XZ}=\vec{b}+\vec{c}$ (0,5P) **2VP**

3) a) Spurpunkte in Schaubild und verbinden. (1P)
b) Mit kgV der Spurpunktkoordinaten: $E: 3x_1+2x_2+4x_3=6$ (1P)

$$E: \vec{x}=\begin{pmatrix}2\\0\\0\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-2\\3\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-2\\0\\1,5\end{pmatrix}\quad (1P)$$ **3VP**

4) Wähle $\boxed{x_1=t}\Rightarrow\boxed{x_2=2-t}\Rightarrow 3t+12-6t+x_3=20\Rightarrow\boxed{x_3=8+3t}$

$$s: \vec{x}=\begin{pmatrix}0\\2\\8\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$$ **2VP**

5) $E: \vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}+t\underbrace{\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}}_{\text{zufällig gewählt, zum anderen Spann-vektor l. unab.}}$ (1P) und $F: \vec{x}=\begin{pmatrix}3\\1\\-2\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$ (1P)

Prüfe, ob P(1|1|3) auf F liegt:

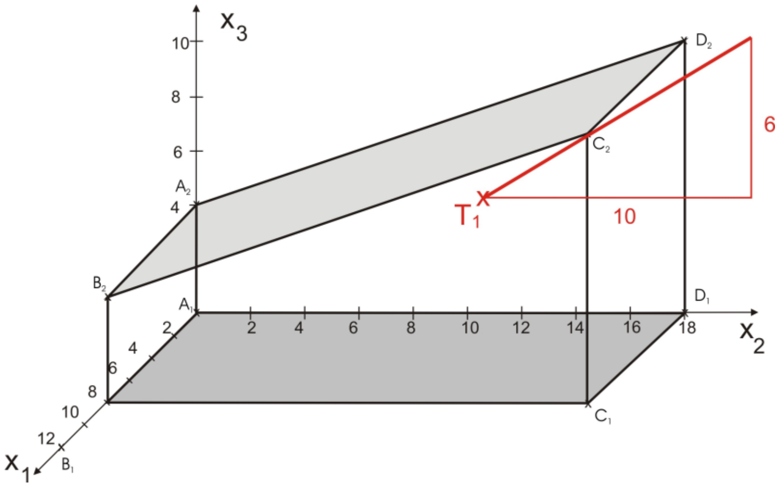
$$\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\1\\-2\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}-1\\1\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}\quad\left.\begin{array}{l}\Rightarrow s=0\\ \Rightarrow s=2,5\end{array}\right\}\Rightarrow P\notin F\Rightarrow E\parallel F\ (1P)$$ **3VP**

Summe: 13 VP

Übungsklausur Geometrie 1 (Seilbahn)

Lösungen Wahlteil:

a) (1)



(1,5P)

(2) $E_{A_2,B_2,D_2}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ (0,5P) $E: -x_2 + 3x_3 = 12$ (1P)

Punktprobe: C_2 in E: $E: -18 + 3\cdot 10 = 12 \checkmark$ (0,5P)

(3) Trapez: $G_{B_1,C_1,C_2,B_2} = 18\cdot\dfrac{4+10}{2} = 126\text{m}^2$

Prisma: $V = G\cdot h = 126\text{m}\cdot 8\text{m} = 1008\text{m}^3$ (1,5P) **5VP**

b) (1) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 12 \\ 6 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 0 \\ 2000 \\ 1200 \end{pmatrix}$ (1P)

(2) Punkt T_1 und Seilverlauf (1P)

(3) $\left|\overrightarrow{T_1T_2}\right| = \sqrt{2000^2 + 1200^2} = 2332{,}38\text{m}$ (1P)

(4) Höhenunterschied: x_3-Koordinate: 1206-6=1200m (1P) **4VP**

c) Lotgerade: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 512 \\ 284 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ schneiden mit g:
(I) $4 = 4$
(II) $12 + 2000s = 512 \Rightarrow s = 0{,}25$
(III) $6 + 1200s = 284 + t \Rightarrow t = 22$

$\Rightarrow S(4\,|\,512\,|\,306)$ (2P)

$\left|\overrightarrow{FS}\right| = 306 - 284 = 22\text{m}$ (1P) **3VP**

d) Schnittpunkt von $g_{\text{Licht}}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 5 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ auf Boden: $F: x_3 = 0$ (0,5P)

$5 + 3t = 0 \Leftrightarrow t = -\dfrac{5}{3} \Rightarrow L'\left(\dfrac{25}{3}\,|\,\dfrac{29}{3}\,|\,0\right) = L'(8{,}33\,|\,9{,}67\,|\,0)$ (1,5P)

Da $8{,}33 > 8$ liegt der Schattenpunkt auf der Wand B_1,C_1,C_2,B_2 (1P), diese hat die Koordinatengleichung $H: x_1 = 8$ (0,5P)

Schnitt von g_{Licht} mit H:

$5 - 2t = 8 \Leftrightarrow t = -1{,}5$

$\Rightarrow L''(8\,|\,9{,}5\,|\,0{,}5)$ (1,5P) **5VP**

Summe: 17 VP